Si studi la funzione:

$$f(x) = 2^x - x^2$$

Dominio: $\mathbb{R}$

Limiti agli estremi:

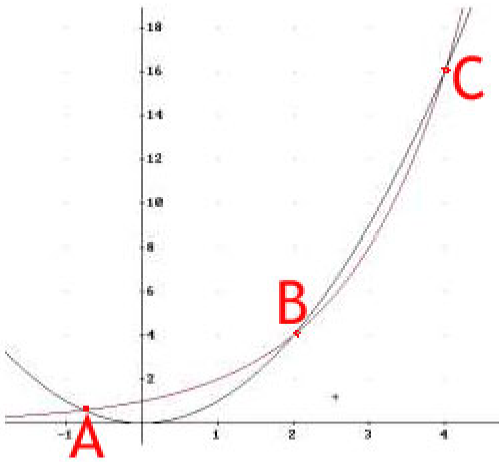
$\lim_{x\to-\infty} 2^x - x^2 = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} 2^x - x^2 = +\infty$

Segno della funzione:

$2^x - x^2 \geq 0; 2^x \geq x^2$

La disequazione la risolviamo graficamente:



La $f(x) \leq 0$ per $x \leq \alpha$ (con $-1 < \alpha < 0$) e per $2 \leq \alpha \leq 4$

La $f(x) \geq 0$ per $\alpha \leq x \leq 2$ e per $x \geq 4$

Intersezioni con gli assi:

$\begin{cases} y = 2^x - x^2 \\ x = 0 \end{cases}; \begin{cases} y = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ T(1;0)

$\begin{cases} y = 2^x - x^2 \\ y = 0 \end{cases}$; per la risoluzione grafica precedente si ha: R(α;0) S(2;0)e P(4;0)

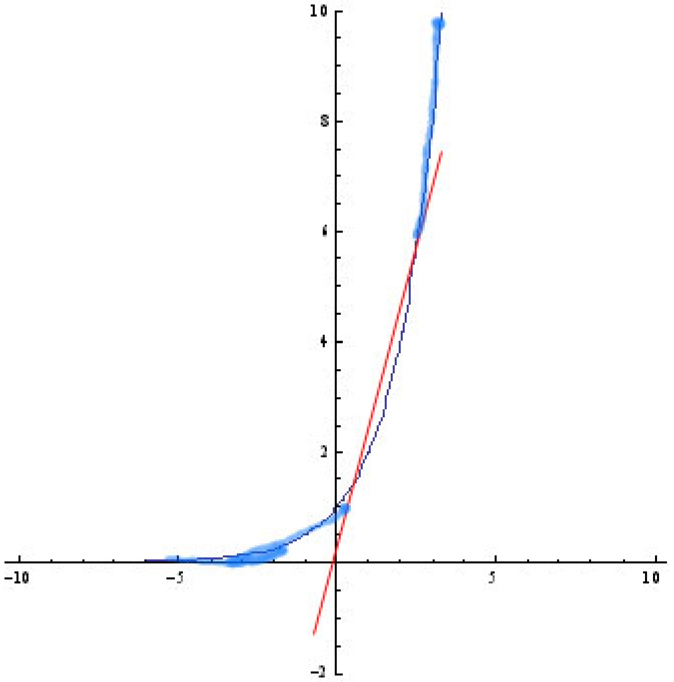
Derivata prima:

$f'(x) = 2^x \ln 2 - 2x$

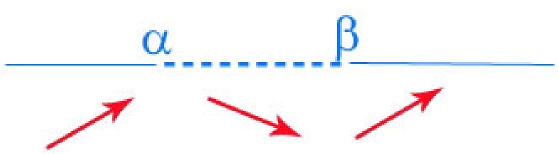
$2^x \ln 2 - 2x \geq 0$

La disequazione la risolviamo graficamente:

$2^x \geq \frac{2}{\ln 2} x$



Linearizziamo per avere vedere la crescenza e la decrescenza:



dove $0 < \alpha < 1$ e $2 < \beta < 4$, pertanto la funzione ha un max in α e un minimo in β.

Derivata seconda:

$f''(x) = 2^x \ln^2 2 - 2$

pertanto si avrà un unico flesso di ascissa x = 1- 2 ln(ln2) / ln 2 $\simeq$ 2,0575 che è chiaramente il flesso tra massimo e minimo relativo.

Grafico: