

Campo di esistenza di una funzione reale

Definizione: Data la funzione reale $f : X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow Y \subseteq \mathbb{R}$, si dice **campo di esistenza** (insieme di definizione, dominio) di $f(x)$ l'insieme di tutti i valori x che la funzione può assumere affinché il suo corrispondente y è un numero reale.

Funzioni razionali intere $f(x) = A(x)$ sono definite in tutto \mathbb{R} .

Esempio per capire. Determinare il campo di definizione della funzione:

$$y = 3x^2 + x - 1$$

Il campo di esistenza di tale funzione è tutto l'insieme dei reali \mathbb{R} poiché qualunque valore reale si da alla x esiste sempre il corrispondente y reale.

Pertanto: $D = \mathbb{R}$

Funzioni razionali fratte $f(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$ esistono se il denominatore è diverso da zero

$$B(x) \neq 0$$

Esempio per capire. Determinare il campo di definizione della funzione:

$$y = \frac{x^2 + x}{x - 1}$$

Il campo di esistenza della funzione data è costituito da tutti i numeri reali eccetto il valore $x=1$ che annulla il denominatore.

Alla x possiamo dare qualunque valore, ad esempio se $x=2$ si ha che $y = \frac{6}{1}$ che è un valore reale; così se ad x diamo il valore 3, y sarà uguale a 6 che è ancora un valore reale.



Possiamo dare 10, -7, -20, 250 ecc.. troviamo sempre un corrispondente reale. L'unico valore che no ci dà un valore reale è 1 infatti se diamo ad x tale valore si ha $y = \frac{2}{0}$, questo valore in matematica non esiste, non ha senso.

Dunque il campo di definizione della funzione data è : $X = \mathbb{R} - \{1\}$

Funzioni irrazionali $f(x) = \sqrt[n]{A(x)}$ **con indice pari esistono se il radicando è maggiore o uguale a zero:**

$$A(x) \geq 0$$

Esempio per capire. Determinare il campo di definizione della funzione:

$$y = \sqrt{x-2}$$

Essendo l'indice della radice pari, tale funzione esiste soltanto se alla x diamo dei valori tali il radicando si un numero positivo. Sappiamo che la radice quadrata di un numero negativo è un numero immaginario. Pertanto la funzione data esiste se e soltanto se :

$$(x-2) \geq 0$$

ovvero se

$$x \geq 2$$

Il campo di definizione della funzione data è l'insieme di tutti i valori più grandi o uguale a 2:

$$X = \{x / x \geq 2\}$$

Verifichiamo:

se ad x diamo il valore $x=11 > 2$, $y = \sqrt{9} = 3$, OK(esiste)

se ad x diamo il valore $x=2$, $y = \sqrt{0}$, OK (esiste)

se ad x diamo il valore $x=1 < 2$, $y = \sqrt{-1} = i$, KO (non esiste nell'insieme dei numeri R)



Funzioni irrazionali $f(x) = \sqrt[n]{A(x)}$ con indice dispari esistono per ogni valore reale:

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

Esempio per capire. Determinare il campo di definizione della funzione:

$$y = \sqrt[3]{x-2}$$

qualunque valore diamo alla x la y esiste, è facile da verificarsi, pertanto:

$$D = \mathbb{R}$$

Funzioni logaritmiche $y = \log_{g(x)} f(x)$ esistono se l'argomento $f(x) > 0$ e la base $g(x) > 0$ con $g(x) \neq 1$

Esempio per capire. Determinare il campo di definizione della funzione:

$$f(x) = \log(2-3x)$$

$$(2-3x) > 0$$

$$x < \frac{2}{3}$$

$$\text{Quindi } D: \left\{ x \in \mathbb{R} / x < \frac{2}{3} \right\}$$

Funzioni potenza $y = [f(x)]^{g(x)}$ esistono se $f(x) > 0$ là dove esiste $g(x)$

Esempio per capire. Determinare il campo di definizione della funzione:

$$f(x) = (2-3x)^{\log x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (2-3x) > 0 \\ x > 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x < \frac{2}{3} \\ x > 0 \end{array} \right.$$

$$\text{Quindi } D: \left\{ x \in \mathbb{R} / 0 < x < \frac{2}{3} \right\}$$



Funzioni goniometriche:

- $y = \text{sen}x$, $y = \text{cos}x$, esistono per ogni x appartenente ad \mathbb{R} .

Pertanto: $D = \mathbb{R}$

- $y = \text{tg}x$, esiste per ogni

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\text{Pertanto: } D = \mathbb{R} - \left\{ x / x = \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$$

- $y = \text{cot}gx$ esiste per ogni $x \neq k\pi$

$$\text{Pertanto: } D = \mathbb{R} - \{ x / x = k\pi \}$$

Esempio per capire. Determinare il campo di definizione della funzione:

$$f(x) = \text{sen}(2x - 3)$$

$$D = \mathbb{R}$$

Determinare il campo di definizione della funzione:

$$f(x) = \text{tg}(x - 1)$$

$$x - 1 \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$x \neq 1 + \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$D = \mathbb{R} - \left\{ x / x = 1 + \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$$

Funzioni goniometriche inverse:

- $y = \text{arcsen}x$ e $y = \text{arcos}x$ sono definite per $-1 \leq x \leq 1$:

$$D = \{ x / -1 \leq x \leq 1 \}$$

- $y = \text{arctg}x$ e $y = \text{arcctg}x$ sono definite in tutto l'insieme \mathbb{R}

Esempio per capire. Determinare il campo di definizione della funzione:



$$-1 \leq (x-2) \leq 1$$

$$-1+2 \leq x \leq 1+2$$

$$1 \leq x \leq 3$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 3\}$$

Determinare il campo di definizione della funzione:

$$f(x) = \arctg(2x-1)$$

$$D = \mathbb{R}$$

