Determinare se la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{sen n}{n^3 + 3n}$$

è assolutamente convergente.

Ricordiamo che una serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

è assolutamente convergente se lo è la serie dei valori assoluti:

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$$

Consideriamo il termine generale

$$a_n = \frac{sen n}{n^3 + 3n}$$

in valore assoluto e confrontiamolo con la serie

$$\left| \frac{sen n}{n^3 + 3n} \right| \leq \frac{1}{n^3 + 3n}$$

La serie di termine generale $\frac{1}{n^3 + 3n}$ è convergente per il criterio dell'infinitesimo:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\frac{1}{n^3 + 3n}}{\frac{1}{n^\alpha}} = l \Leftrightarrow \alpha = 3 > 1 \to \text{la serie è convergente.}$$

Pertanto la serie assegnata è convergente perché maggiorata da una serie convergente (criterio del confronto).