

Dimostrare che la funzione è discontinua nell'origine:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4} & \text{per } x^2 + y^2 > 0 \\ 0 & x = y = 0 \end{cases}$$

Trasformiamo in coordinate polari:

$$\begin{cases} x = \rho \cos \vartheta \\ y = \rho \sin \vartheta \end{cases}$$

$$F(\rho, \vartheta) = \frac{\rho^4 \cos \vartheta \sin \vartheta}{\rho^4 (\cos^4 \vartheta + \sin^4 \vartheta)}$$

E passiamo al limite:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\cos \vartheta \sin \vartheta}{\cos^4 \vartheta + \sin^4 \vartheta} = ?$$

Non esiste perché assume valori diversi al variare di ϑ , quindi la funzione non è continua.