

Limiti trigonometrici- esercizi svolti

1. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen^4 x + tg^3 x + \arctg^2 x - x^2}{\sen^2 x}$$

Moltiplichiamo e dividiamo per la potenza opportuna di x in modo da ottenere limiti notevoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen^4 x + tg^3 x + \arctg^2 x - x^2}{\sen^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\arcsen^4 x}{x^4} \cdot x^4 + \frac{tg^3 x}{x^3} \cdot x^3 + \frac{\arctg^2 x}{x^2} \cdot x^2 - x^2}{\frac{\sen^2 x}{x^2} \cdot x^2}$$

Il limite diviene:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + x^3 + x^2 - x^2}{x^2} = 0$$

2. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg^3 x}{x(1 - \cos x)}$$

Ricordiamo i limiti notevoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg x}{x} = 1 ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)}{x^2} = \frac{1}{2}$$

Moltiplichiamo e dividiamo per x^3 in modo da ottenere limiti notevoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{tg^3 x}{x^3}}{x \left(\frac{1 - \cos x}{x^3} \right)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{tg^3 x}{x^3}}{\left(\frac{1 - \cos x}{x^2} \right)} = \frac{1}{1/2} = 2$$



3. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x^2)}{1-x}$$

Ricordiamo il limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

Moltiplichiamo e dividiamo per $(1-x^2)$:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x^2)}{1-x^2} \cdot \frac{1-x^2}{1-x} =$$

Scomponendo e semplificando si ha:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)(1+x)}{1-x} = 2$$

4. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-\cos x}}$$

Ricordiamo i limiti notevoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1 \quad e \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-\cos x)}{x} = 0$$

Dividiamo numeratore e denominatore per x :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\arcsin x}{x}}{\frac{\sqrt{1-\cos x}}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{\frac{1-\cos x}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = \sqrt{2}$$



5. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \operatorname{tg} x}$$

Scomponiamo:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \operatorname{tg} x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x + \cos^2 x)}{x \operatorname{tg} x}$$

Dividendo sopra e sotto per x^2 si ha:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x + \cos^2 x)}{x^2}}{\frac{x \operatorname{tg} x}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}(1 + \cos x + \cos^2 x)}{1} = \frac{3}{2}$$

