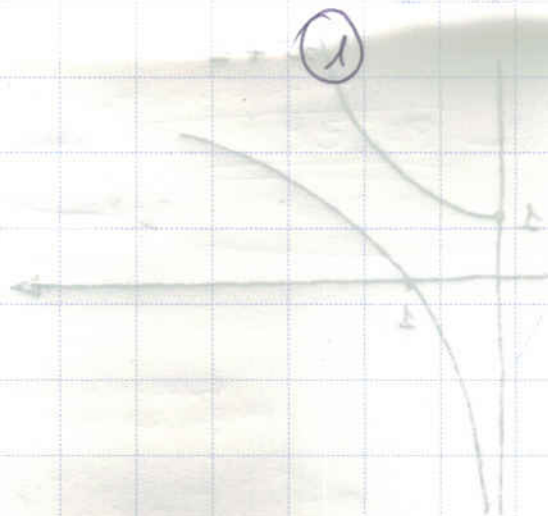


Grafico della funzione

$$f(x) = x + \frac{\lg|x|}{|x|}$$



Campo di esistenza

$$E \equiv \mathbb{R} - \{0\}$$

Limiti agli estremi del campo di definizione

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 - \infty = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = (0 - \infty) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

Derivata

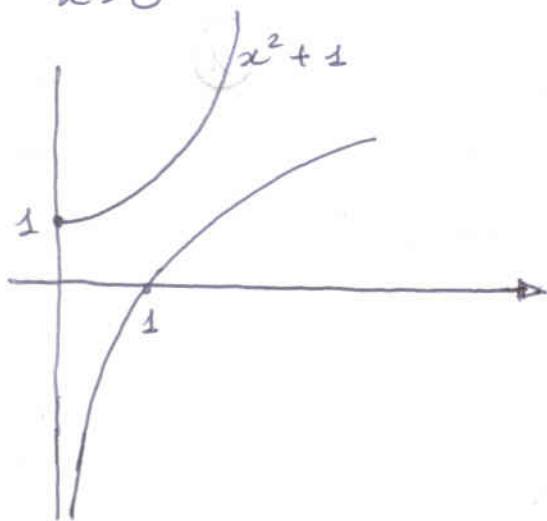
$$\text{Per } x > 0 \quad f(x) = x + \frac{\lg x}{x}$$

$$\text{quindi} \quad f'(x) = 1 + \frac{\frac{1}{x} - \lg x}{x^2} = \frac{x^2 + 1 - \lg x}{x^2}$$

$$f'(x) \geq 0 \quad \frac{x^2 + 1 - \lg x}{x^2} \geq 0 \quad \left[ \begin{array}{l} x^2 + 1 - \lg x \geq 0 \\ x^2 > 0 \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} x^2 + 1 \geq \lg x \\ \forall x \in \mathbb{R} - \{0\} \end{array} \right. \Rightarrow \text{questa disep. si risolve graficamente} \Rightarrow$$

$x > 0$



Come si evince dal grafico  
 $x^2 + 1$  è maggiore di  $\lg x$   
 $\forall x \in \mathbb{R}^+$

Dunque tornando alla derivata  
 della funzione per  $x > 0$

$$f'(x) > 0 \quad \forall x > 0 \Rightarrow f(x) \text{ è}$$

strettamente crescente.

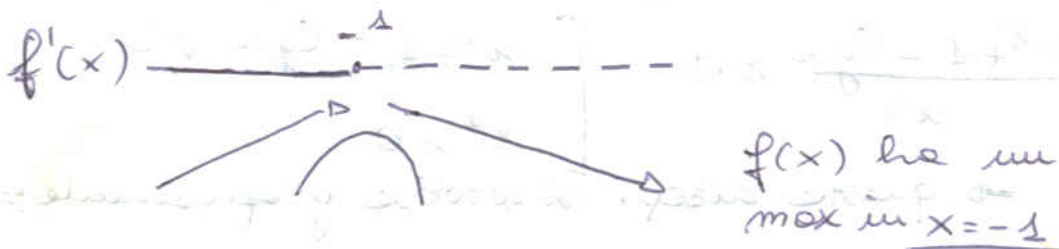
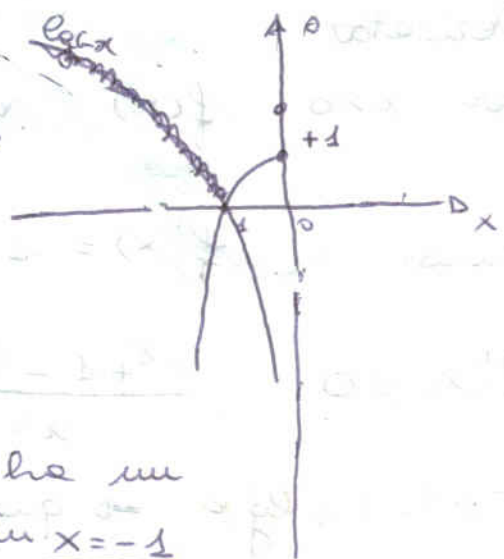
Vediamo cosa accade alla derivata prima se  
 $x < 0$

Per  $x < 0$   $f(x) = x + \frac{\lg(-x)}{x} = x - \frac{\lg(-x)}{x}$

$$f'(x) = 1 - \frac{(-\frac{1}{-x})x - \lg(-x)}{x^2} = \frac{x^2 - 1 + \lg(-x)}{x^2}$$

$$f'(x) \geq 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 1 + \lg(-x) \geq 0 \\ x^2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \lg(-x) \geq 1 - x^2 \\ x^2 > 0 \quad \forall x \end{cases}$$

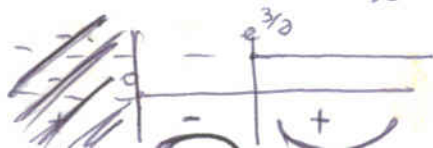


$f(x)$  ha un  
 max in  $x = -1$

Derivate seconde per  $x > 0$

$$f''(x) = 0 + \frac{-\frac{1}{x} x^2 - (1 - \lg x) \cdot 2x}{x^4} = \frac{-3x + \lg x \cdot 2x}{x^4}$$

$$f''(x) = \frac{x(2 \lg x - 3)}{x^4} \geq 0 \quad \begin{cases} -3 + 2 \lg(x) \geq 0 \\ x^3 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq e^{3/2} \\ x > 0 \end{cases}$$



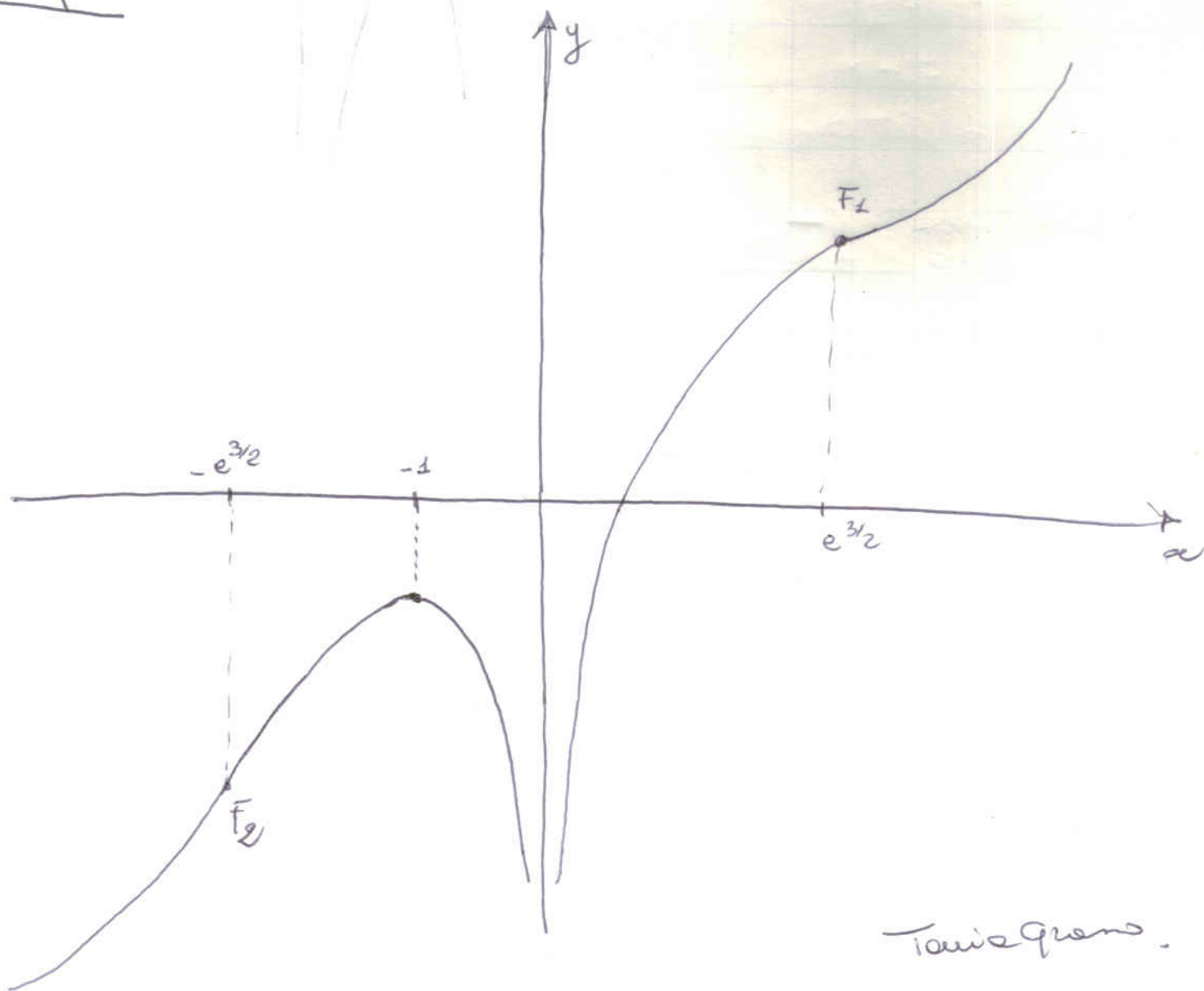
in  $x = e^{3/2}$   $f(x)$   
 ha un flesso

Derivato secondo per  $x < 0$

$$f''(x) = \frac{3 - 2\lg(-x)}{x^3}$$

$x = -e^{3/2}$  è un punto di flesso per  $f(x)$ .

Grafico



Tauisquero.